

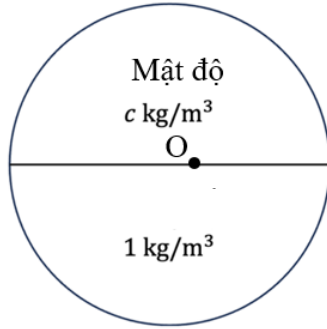
ĐỀ THI TỰ LUẬN
ÔN THI CHỌN ĐỘI TUYỂN QUỐC GIA – ĐỀ SỐ 10

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

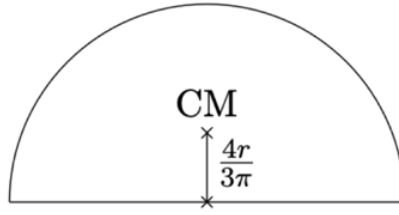
Đề thi gồm 05 câu, tổng 20,0 điểm

Câu 1 (4,0 điểm)

Xét một khối trụ không đồng nhất gồm hai vật liệu có khối lượng riêng khác nhau. Khối trụ có bán kính r và chiều dài L và mặt cắt ngang của nó được thể hiện trong Hình 1a. Nửa dưới làm bằng vật liệu có khối lượng riêng 1 kg/m^3 trong khi nửa trên là dạng vật liệu có khối lượng riêng $c \text{ kg/m}^3$, trong đó c là tham số $0 < c < 1$. Trong bài toán này, ta có thể sử dụng thực tế là đối với nửa khối trụ có bán kính r , khối tâm (CM) nằm cách $\frac{4r}{3\pi}$ tính từ trục của nửa khối trụ, như trong Hình 1b.



Hình 1a



Hình 1b

1. Tính tổng khối lượng M của toàn bộ khối trụ không đồng nhất và khoảng cách d giữa tâm O và khối tâm của toàn bộ khối trụ. Biểu diễn câu trả lời theo r, L, c .

2. Tính mômen quán tính I của toàn bộ khối trụ không đồng nhất đối với trục qua khối tâm O và vuông góc với mặt đáy của trụ. Biểu diễn câu trả lời theo r, L, c .

3. Trục qua khối tâm O và vuông góc với mặt đáy của trụ được cố định ở vị trí nằm ngang, nhưng khối trụ có thể quay tự do mà không có ma sát quanh trục. Cho khối trụ dao động quanh vị trí cân bằng ổn định với biên độ nhỏ, hãy tính chu kỳ dao động của khối trụ. Hãy biểu diễn câu trả lời theo M, I, r, d và gia tốc trọng trường g .

4. Bây giờ ta giả sử rằng khối trụ hoàn toàn tự do chuyển động trên một bàn nằm ngang dưới tác dụng của trọng lực. Giả sử hệ số ma sát tĩnh giữa khối trụ và mặt bàn là vô hạn nên khối trụ không thể trượt được. Giả sử tại thời điểm $t = 0$, khối trụ ở vị trí cân bằng với vận tốc góc ban đầu ω_0 .

a. Nếu ω_0 đủ nhỏ, khối trụ sẽ chuyển động tuần hoàn quanh vị trí cân bằng bên của nó. Chu kỳ dao động là bao nhiêu nếu biên độ dao động nhỏ? Thể hiện câu trả lời theo M, I, r, d, g .

b. Giá trị nhỏ nhất ω_0 là bao nhiêu để cho khối trụ lăn mãi mãi theo cùng một hướng. Biểu diễn câu trả lời theo M, I, r, d .

Câu 2 (4,0 điểm)

1. Theo nguyên lý I của nhiệt động lực học, trong một quá trình nhiệt động của khí lý tưởng đơn nguyên tử, độ biến thiên nội năng của hệ bằng tổng đại số nhiệt lượng và công mà hệ nhận được: $\Delta U = Q + A$. Trong đó $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \cdot \Delta T$, $A = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$. Nhiệt dung c^M của $\nu = 1$ mol khí lý tưởng gọi là nhiệt dung mol.

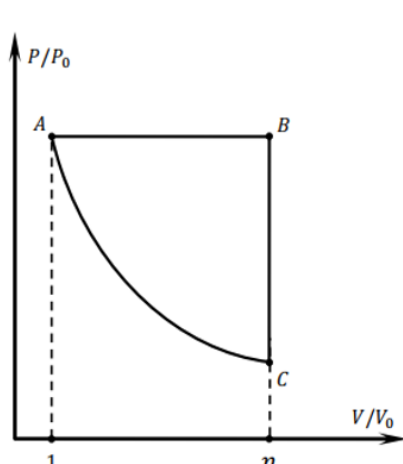
a. Tìm nhiệt dung mol c_V^M của khí đơn nguyên tử lý tưởng trong quá trình đẳng tích, tức là ở thể tích không đổi ($V = \text{const}$).

b. Biểu thị nhiệt dung mol của khí lý tưởng c_p^M ở áp suất không đổi ($p = \text{const}$).

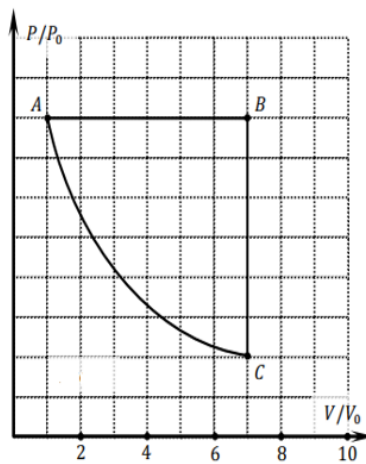
c. Lập phương trình của quá trình đoạn nhiệt ($Q = 0$) cho một khí lý tưởng tùy ý biến (p, V) với chỉ số đoạn nhiệt $\gamma = \frac{c_p^M}{c_V^M}$.

2. Một chu trình $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ (Hình 2a), bao gồm các quá trình: đẳng áp $A \rightarrow B$, đẳng tích $B \rightarrow C$ và đoạn nhiệt $C \rightarrow A$, được thực hiện với khí lý tưởng đơn nguyên tử.

- Tìm lượng nhiệt Q_1 mà lượng khí này nhận, lượng nhiệt Q_2 mà lượng khí này tỏa ra trong chu trình này theo p_A , V_A và n .
- Tính hiệu suất η của chu trình này. Giá trị của η phụ thuộc như thế nào vào các thông số V_A và p_A của hệ nhiệt động ở trạng thái ban đầu?
- Hình 2b cho thấy một quá trình tương tự trong tọa độ không thứ nguyên của thể tích và áp suất (V/V_0 , p/p_0). Tính hiệu suất η_1 của chu trình như trên.



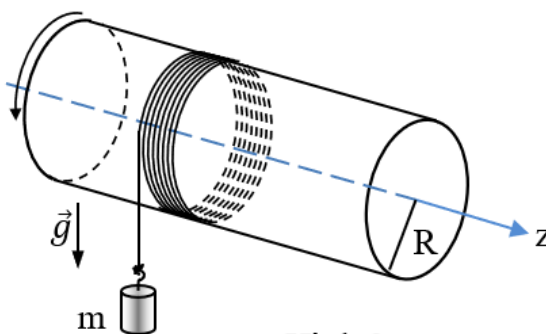
Hình 2a



Hình 2b

Câu 3 (4,0 điểm)

Cho một ống trụ bán kính R có chiều dài L rất lớn, đặt nằm ngang, có thể quay tự do quanh trục ống trụ với mô men quán tính I . Vật liệu chế tạo ống là chất cách điện không từ tính. Một sợi dây không khối lượng quấn quanh ống trụ và treo vật khối lượng m . Tại thời điểm $t = 0$ vật m được thả rơi từ trạng thái đứng yên.



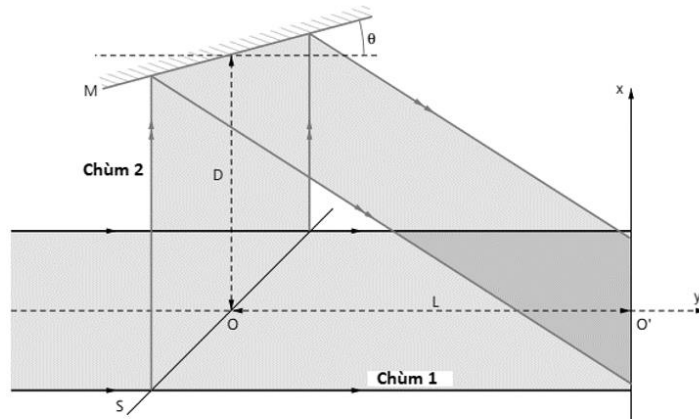
Hình 3

- Xác định gia tốc góc và động năng của hệ sau khi vật m rơi được một khoảng h .
- Một lượng điện tích dương Q có khối lượng không đáng kể được phân bố đều trên bề mặt ống trụ trước khi thả vật m . Hãy xác định gia tốc góc và động năng của hệ sau khi vật m rơi được một khoảng h .
- Hãy tính độ chênh lệch động năng của hệ giữa hai trường hợp $Q = 0$ và Q khác không. Hãy cho biết tại sao có sự chênh lệch này. Bỏ qua ma sát và sức cản của không khí.

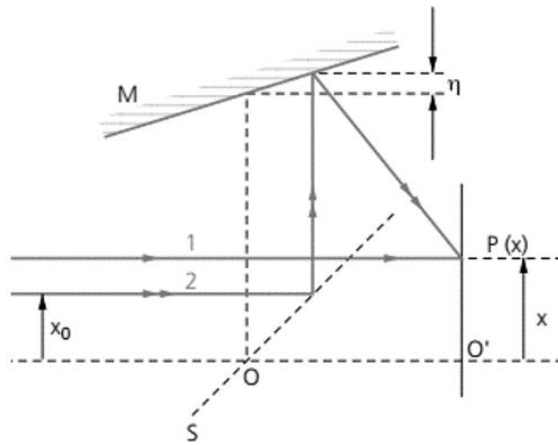
Câu 4 (4,0 điểm)

Chúng ta xét hệ giao thoa dưới đây, bao gồm một dải phân cách S nghiêng góc 45° so với chùm sáng tới. Bộ chia thực hiện phân chia biên độ bằng nhau giữa sóng truyền và sóng phản xạ. Một phần của chùm tia không bị lệch kí hiệu là 1, một chùm phản xạ theo hướng Ox vuông góc với gương M có khả năng xoay quanh trục cố định, kí hiệu là 2. Chúng là ký hiệu góc quay θ của gương so với phương ngang và chúng ta giả sử là θ nhỏ. Tia 2 bị gương phản chiếu có khả năng giao thoa

với tia 1. Một màn quan sát được đặt trong mặt phẳng ($O'; y; z$). Gọi L là khoảng cách giữa dải phân cách và màn, D là khoảng cách giữa dải phân cách và gương. Chúng ta thừa nhận rằng hai sóng tới O' cùng pha.



Hình 4.a



Hình 4.b

1. Hình vẽ ở trang sau minh họa đường đi của hai tia mang sóng 1 và 2 có khả năng giao thoa tại điểm P trên màn. Chúng ta kí hiệu x là chiều cao của tia 1 ở mức đầu phân cách (tương ứng là x_0 chiều cao của tia 2 ở mức đầu phân cách). Biểu diễn hiệu quang trình của hai tia sáng δ , theo hàm của x, x_0, L, D .

2. Bỏ qua độ chênh η . Hãy biểu diễn x_0 theo x, L, D . Tìm biểu thức gần đúng góc nhỏ θ cho δ theo các biến x, L, D

3. Bỏ qua độ chênh η . Suy ra cường độ sáng tại M theo hàm của x, θ .

Câu 5 (4,0 điểm)

Một ngôi sao có khối lượng M và bán kính R . Giả sử rằng mật độ khối lượng của nó là đồng nhất, ngôi sao được tạo ra bởi các proton và electron, cả hai loại hạt đều được coi như là hạt trong khí lí tưởng. Trong quá trình tạo ra ngôi sao, một nửa sự mất mát thể năng hấp dẫn là do chuyển thành năng lượng nhiệt, trong khi nửa còn lại thì bị bức xạ ra ngoài. Với các ngôi sao có khối lượng rất lớn như Mặt trời, áp suất bức xạ có thể tăng lên dẫn đến các ngôi sao trở nên mất cân bằng, điều này dẫn đến có một giới hạn trên về khối lượng ổn định của các ngôi sao. Trong bài toán này, chúng ta sẽ tính toán khối lượng tối đa của các ngôi sao dựa trên mô hình đơn giản hóa như trên.

1. Thế năng hấp dẫn U của ngôi sao có thể được xác định bằng việc khảo sát công sinh ra khi mang một lớp vỏ cầu vật chất mỏng và tích tụ dần trên bề mặt của ngôi sao hình cầu bán kính r khi r tăng từ 0 đến R . Xác định U , biểu diễn theo G, M và R , với G là hằng số hấp dẫn.

2. Tìm nhiệt độ T và áp suất P_g của ngôi sao theo các đại lượng $G, M, R, \bar{m}$ và k_B , với $\bar{m}$ là khối lượng trung bình của các proton và các electron, và k_B là hằng số Boltzmann.

3. Theo định lý Virial, trạng thái áp suất toàn phần ở bên trong ngôi sao liên quan đến thế năng hấp dẫn bởi $P = -b \frac{U}{V}$. Tại nhiệt độ cao, các photon trong ngôi sao cũng góp phần tạo ra áp suất. Tìm áp suất bức xạ P_r bằng cách áp dụng lý thuyết động năng của chất khí trong một khối lập phương có thể tích L^3 , trong đó xung lượng của photon được mô tả bởi liên hệ de Broglie. Viết kết quả theo mật độ năng lượng photon u .

$$a = 7,565 \cdot 10^{-16} \text{ JK}^{-4} \text{ m}^{-3}; \bar{m} = 8,368 \cdot 10^{-28} \text{ kg}; M_{Sun} = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$G = 6,673 \cdot 10^{-10} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}; k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

4. Giả sử rằng áp suất bức xạ Mặt trời bằng 1/3 áp suất chất khí ở điều kiện giới hạn. Tìm nhiệt độ theo $a, k_B, \bar{m}, M$ và R . Tìm giới hạn trên của khối lượng các ngôi sao. Viết kết quả theo đơn vị khối lượng Mặt trời.

----- Hết -----